

研究タイトル：

## 実数値の計算論



氏名： 米澤 佳己 / YONEZAWA Yosimi E-mail: yonezawa@toyota-ct.ac.jp

職名： 教授 学位： 博士(数理学)

所属学会・協会： 日本数学会

キーワード： Mathematical Logic, Computation Theory

技術相談  
提供可能技術：

### 研究内容：

1990年代 L. Blum, M. Shub, S. Smale らによって定義された実数値をパラメータとして含む計算論は今までの計算論を拡張されたもので、実数を直接扱える計算論となっている。

しかし彼らの定義の仕方では今までに開発された計算論の様々な手法が利用できない。そこで我々は彼らの計算論と同等であるが古典的な計算論の手法を利用できるような形に定義しなおした。この計算論をBSS計算論という。この定義の修正により、古典的な計算論で得られた様々な議論や結果がBSS計算論でも扱えるようになった。特に新しい定義においては古典的な計算論でとても重要な位置づけにある枚挙可能定理がほとんど同様な形でBSS計算論においても成立することを示すことが出来た。このことにより古典的な計算論の問題がBSS計算論でも扱うことが可能になったことを意味しており、その結果パラメータ定理、ポストの定理等古典的な計算論での結果がBSS計算論においても成立することを示すことが出来た。

BSS計算論においては扱う対象として自然数、実数、実数の有限列の3種類の型が存在するため、それぞれの型に対する量子子が存在することになる。BSS計算可能な述語に実数の量子子をつけたもの全体がBSS計算可能な述語に自然数の量子子をつけたものの全体と一致するかどうかは大きな疑問となるが、この二つ更には実数の有限列に対する量子子をつけたもの全体とがすべて一致することを示すことが出来た。この事実によりBSS計算可能な関数の象として表される集合がBSS帰納的に可算な集合になるなどとても重要な結果も得ることが出来た。

また、古典的な計算論でとても重要な分野であるDegree theoryもBSS計算論の中で扱えるようになった。この研究対象をBSS-Turing degreesという。BSS-Turing degreesの全体には古典的な計算論におけるTuring degreesの場合と同様に上半束の構造が構成されるが、有理数の全体がなす集合とカントールの三進集合とがBSS-Turing degreeの意味で比較不可能な対象であることが位相的な手法を利用することにより判明した。これによりBSS-Turing degreesの全体が全順序をなさないことが分る。さらに有理数の全体がなす体上有限生成な体に限定して考えるとBSS-Turing degreesの意味での比較可能性と体の包含関係が一致することを代数的手法により見ることが出来た。このことにより有限順序関係はすべてBSS-Turing degreesの中へ生み込み可能であることがわかる。さらに位相的手法と代数的手法を組み合わせることにより、実数直線を順序を保存してBSS-Turing degreesの中に埋め込み可能であることや連続濃度の比較不能集合の存在を見つけることが出来る。

これらの結果をさらに発展させて、BSS Turing degreesがどのような構造を持つか、どのような既存の順序集合をBSS-Turing degreesの中に埋め込められるか等を研究している。

### 提供可能な設備・機器：

名称・型番(メーカー)

名称・型番(メーカー)	