研究タイトル：グラフの boxicity を中心とした，様々なグラフ不変量間の相互関係の解明

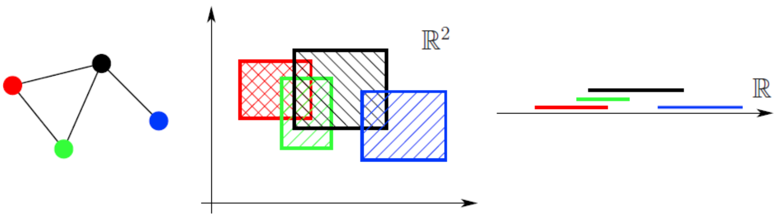
氏名：	上別府　陽　／　Akira Kamibeppu	E-mail：	kamibeppu@kushiro-ct.ac.jp
職名：	講師	学位：	博士（理学）
所属学会・協会：	日本数学会		

キーワード：	離散数学，組合せ論，グラフ理論，数理最適化
技術相談 提供可能技術：	・ ・ ・

研究内容：

いくつかの点とそれらを線分で結んで得られる図形はグラフと呼ばれる．様々な研究対象間の関係や情報ネットワーク・物流等の背景に潜む「構造」を，直感的に理解するための 1 つのモデルとして，グラフは扱われる．また，研究対象間の関係や情報ネットワーク等は組合せ構造の観点から，ある集合族を頂点集合とする交差グラフと見なせることが多い．

科学の基本は研究対象の「分類」である．したがって，無数にあるグラフを様々な尺度（不変量）で分類すること，または尺度間の相互関係を明らかにしようとすることは研究活動の基本である．



図．グラフ G（左）とその長方形表現(中央)，区間表現（右）

右の図のように，与えられたグラフ G の各頂点 v に，Euclid 空間を構成するいずれかの軸に平行な辺からなる高次元直方体 B(v)を対応させて，

（※）「点 u と v がグラフ G の線分で結ばれる $\Leftrightarrow$ $B(u) \cap B(v) \neq \emptyset$ 」

となるように表現することを考える．空間の次元を十分大きく取っておけば，どんなグラフ G に対しても，高次元直方体で（※）を満たす表現が可能であることがわかる．グラフ G の直方体表現のうち，私たちの関心が「空間の次元の最小値」に集まる．この最小値をグラフ G の boxicity と呼ぶ．

グラフの boxicity は，有限グラフを空間内の高次元直方体の族の交差グラフで表現することに付随するグラフ不変量である．歴史的な背景を辿ると，区間表現可能なグラフの特徴付けが盛んに行われ，のちにグラフの最大次数，彩色数，treewidth，vertex cover number などの不変量との相互関係が次第に明らかにされてきた．グラフの boxicity を評価する上界と下界が充実しつつも，その十分な評価に至らないグラフの例は少なくない．

本稿を執筆する時点までに得られた 1 つの成果を紹介すると，グラフの boxicity がある種の整数計画問題であることに着目し，その線形緩和問題の最適値を fractional boxicity と定義し，本稿の執筆者が新たなグラフ不変量を導入したことである．これにより，①グラフの fractional boxicity は boxicity の下界の 1 つになること，②fractional boxicity は Adiga-Chandran-Sivadasan らが与える boxicity の下界と比べて，優れた下界であること，③Adiga-Chandran-Sivadasan らが与える boxicity の下界では不可能だが，fractional boxicity によって boxicity の計算が可能になるグラフの族があること，等を具体的な研究成果として挙げることができる．

参考文献　A. Kamibeppu, A note on lower bounds for boxicity of graphs (available at https://arxiv.org/abs/1510.05403).

提供可能な設備・機器：

名称・型番（メーカー）	