KOSEN 国立高等専門学校機構

所属：長野工業高等専門学校　一般科

研究タイトル：

擬楕円体境界上の幾何学

氏名：	林本厚志　／Hayashimoto Atsushi	E-mail：	atsushi@nagano-nct.ac.jp
職名：	准教授	学位：	博士（数理学）

所属学会・協会：	日本数学会
キーワード：	有界領域，固有正則写像，CR 写像，正則自己同型群，Webster 計量，臍点
技術相談 提供可能技術：	・数学 ・ ・

研究内容：

擬楕円体の境界はレビ形式が退化する超曲面の典型例である。そこで幾何学を行うことは、一般のレビ形式退化 CR 多様体上で幾何学を行うときの雛形になる。そこで CR 幾何学では擬楕円体上の幾何学を理解することが重要になってくる。複素 $n+1$ 次元内の擬楕円体は定義関数に現われる指数の組(a)と，ある特別な変数のノルムのブロックの個数 k によってパラメトライズされる。それを $E(n,(a),k)$と書く。

（1）Gap 定理

固有正則写像 $F:E(n,(a),k)\to E(m,(b),l)$が存在すると仮定する。ただし $n<m$。無条件に存在が仮定されることはなく、例えば各変数のブロック内の変数の個数について制限がついたり、指数の組(a)と(b)の各成分についても互いに特別な関係を満たさなければいけない。

[問題1]

このような固有正則写像が存在するための変数の個数の条件は何か。指数の組が満たすべき条件は何か。

この問題が解けたら、次に存在が仮定された写像の形を知ることが研究対象となる。その写像 F に定義域と値域の自己同型群を合成して同じ写像になるものを同値とみなしたときの同値類として写像の代表元を求めることになる。

[問題2]

この固有正則写像を同値類分解せよ。

予想としては F は変数の各成分ごとのブロックでは恒等写像にゼロを付け加えて次元を合わせたものの直和になっているのではないか、と思われる。これは次元の異なるボールの間の固有正則写像の同値類分解の拡張になっている。

（2）Webster 計量の完備性

幾何学を行うには、いつ2つの多様体が等しいと見做すかが問題である。擬楕円体境界上の点の近傍で局所的に定義された正則写像が、いつ大域的に定義域を拡張できるか、という問題である。つまり2つの擬楕円体の間に双正則写像が存在するときに2つは等しいと見做す。それを局所的に決定できるか、ということを調べたい。そのためにリーマン幾何学の議論を使うのであるが、そのときに CR 不変なリーマン計量である Webster 計量が重要な働きをする。Webster 計量は臍点以外で定義される CR 不変な計量である。リーマン幾何学での等長変換を双正則写像と置き換えて議論するのであるが、そのときに計量の完備性が問題となる。擬楕円体はブロックの個数が1つの時には完備性は分かっている。そこで複数のブロックがあるときにどうなるかが問題である。

[問題3]

擬楕円体境界で定義された Webster 計量の完備性を調べよ。

提供可能な設備・機器：

名称・型番（メーカー）	