所属：都城工業高等専門学校　一般科目理科

研究タイトル：

ガロア点理論を用いた有限体上定義された代数曲線の対称性の研究

氏名：	東根　一樹　／　Kazuki HIGASHINE	E-mail：	k.higashine.1029@cc.miyakonojo-nct.ac.jp
職名：	助教	学位：	博士(理学)
所属学会・協会：	日本数学会		

キーワード：	代数幾何学、代数曲線、ガロア点、ガロア直線、最大曲線、自己同型群
技術相談 提供可能技術：	代数学に関すること

研究内容

代数幾何学に関する研究を行っています。代数幾何学では「多項式 $=0$ 」の形の方程式系で定まる図形(代数多様体)を研究します。放物線は代数多様体の 1 例です。実際、$F(X,Y)=Y-X^2$ という多項式を考えると、放物線は $F(x,y)=0$ をみたす平面の点 (x,y) たちを考えることによって定まります。このように、1つの多項式 $F=0$ で定まる平面内の代数多様体を平面曲線といいます。F に代入する「数」として、例えば実数や複素数を使うと、実数体または複素数体上の平面曲線が得られます。しかし、私が研究で主に使っている「数」は実数や複素数ではありません。私の使っている「数」でも四則演算をすることができ 1 や 0 (に相当するもの)がありますが、実数や複素数と異なる点は「 $1+1=0$ 」のような等式が成り立つことがある、という点です。このように、四則演算ができ「1 を何回か足して 0 になる」という性質をもった「数(たち)」を「正標数の体」といいます。私の主な研究対象は、正標数の体上の平面曲線(より一般に代数曲線)です。

正標数の体として、有限体(有限個の要素から成る体)があります。私は有限体上定義された代数曲線の対称性(自己同型群)に興味があります。特に、有理点の多い代数曲線に注目しています。代数曲線上の点であって、座標の各値が有限体 $\mathbb{F}_{q^2}$ (q^2 個の要素からなる有限体)にとれる点をその曲線の $\mathbb{F}_{q^2}$-有理点といいます。有限体 $\mathbb{F}_{q^2}$ 上定義された種数 g の代数曲線 X の $\mathbb{F}_{q^2}$-有理点の個数 $|X(\mathbb{F}_{q^2})|$ について、Hasse-Weil 上限 $|X(\mathbb{F}_{q^2})|\leq q^2+1+2gq$ が知られています。$|X(\mathbb{F}_{q^2})|=q^2+1+2gq$ となるとき、X は $\mathbb{F}_{q^2}$ 上の最大曲線とよばれています。非常に高い対称性(非常に大きい自己同型群)をもつ最大曲線が知られています。また、有限体上の代数曲線を用いて誤り訂正符号を構成することができます。有理点が多いほど構成される符号は良い性能をもち、最大曲線は符号理論の分野でも有用性が認識されています。

最大曲線には射影空間への自然な埋め込みが存在します。この最大曲線が自然に定める射影幾何学を用いて最大曲線の対称性を研究するため、私はガロア点理論を用いています。最近の研究では、最大曲線の3 次元射影空間 $\mathbb{P}^3$ 内への上記自然な埋め込みに関するガロア直線を考えています。代数曲線 $X\subset\mathbb{P}^3$ に対して、直線 l 中心の射影 $\pi_l : X \dashrightarrow \mathbb{P}^1$ がひきおこす関数体の拡大$k(X)/\pi_l^* k(\mathbb{P}^1)$ がガロア拡大であるとき、l を $X\subset\mathbb{P}^3$ に対するガロア直線といいます。ガロア直線配置の在り方、ガロア群の構造と曲線の自己同型群との関係を調べ、有限体上の代数曲線の対称性をより深く明らかにすることを目指しています。

提供可能な設備・機器：

名称・型番（メーカー）	