

研究タイトル:

等質リーマン多様体における測地構造



氏名:	堂平 良一 / DOUHIRA Ryoichi	E-mail:	douhira@sasebo.ac.jp
職名:	教授	学位:	修士(理学)
所属学会・協会:	日本数学会, 日本工学教育協会		
キーワード:	等質リーマン多様体, 対称空間, 部分多様体, 測地線		
技術相談 提供可能技術:	<ul style="list-style-type: none"> ・対称空間論 ・リー群、リー環論 ・等質ケーラー多様体論 		

研究内容: 対称空間を含む等質リーマン多様体における測地線の構造

コンパクトケーラー等質空間は次数付きのリー環に対応して構成されることが知られており、完全に分類されている。しかし、今までその空間における測地線の形は具体的に記述されていなかった。コンパクトケーラー等質空間は自然簡約可能等質空間の条件を満たしていないため、1変数部分群の軌道として表されないことは知られていた。また、H.C.Wang がコンパクト半単純リー群に、あるリーマン計量を定義し、その測地線が2つの1径数部分群の積の形で表されることを示していた。しかし、それ以外の空間で測地線の具体的な形が与えられていたものは無かった。しかし、H.C.Wang が定義した空間は第2種のリー環に対応するコンパクトケーラー等質空間と同じ構造をもっていること、リー群において、1径数部分群が測地線となるための必要十分条件がそのリーマン計量が両側不変計量であることがわかってきた。そこで、コンパクトケーラー等質空間の中の一層構造が簡単ではあるが、エルミート対称空間を含んでおり、対称空間のツイスター空間と呼ばれる大変興味深い第2ベッチ数が1のコンパクトケーラー等質空間に着目し、その測地線について研究したところ、ある特殊な方向に伸びる測地線は1変数部分群の軌道として表されることがわかり、古典群に対応する空間においてそれを全て決定することができた。そこでの重要な条件が、接空間と同一視できるリー環の部分空間が2つに分解でき、1径数部分群の軌道が測地線となる方向は各部分空間の成分に分解したとき、その2つの成分が可換であることであった。この条件は2つの1変数部分群の積が1つの1変数部分群で表されるための必要十分条件でもあった。そこで、測地線はもともと2つの1変数部分群の積の軌道であると予測し、さらに研究を進めた結果、その測地線が2つの1径数部分群の積の軌道で表現できることが示された。この結果を得るために重要であった事実は

- ① その接空間と同一視されるリー環の部分空間の分解
- ② それぞれのリー 括弧積の包含関係およびリーマン計量の入れ方

であった。その第2種のリー環に対応するコンパクトケーラー等質空間はコンパクトケーラー等質空間の中ではもともと簡単な構造であるが、高い次数のリー環に対応する空間においても、①、②と類似した性質を持ち、1径数部分群の軌道が測地線となる方向が存在することがわかったので、測地線の形が複数の1径数部分群の積の軌道で表現できることが予測される。前述の結果で2つの1径数部分群の積の軌道で表現されるためには、リーマン計量はケーラー計量である必要性はなく、計量は連続的に変化させることができ、ある特別な場合にケーラー計量となるだけであることもわかった。

提供可能な設備・機器:

名称・型番(メーカー)	