

研究タイトル:

正標数の可換代数の研究



氏名: 澤田幸一 / SAWADA Tadakazu E-mail: sawada@fukushima-nct.ac.jp

職名: 准教授 学位: 博士(理学)

所属学会・協会: 日本数学会

キーワード: 正標数、可換代数、フロベニウス射

技術相談

提供可能技術:

- ・正標数の可換代数
- ・代数幾何学
- ・数学教育・研修

研究内容: フロベニウス分裂の手法を用いた代数多様体の研究

数学の一つの分野である代数幾何学では、多項式の零点が定義する代数多様体と呼ばれる、ある種の空間が研究の対象となります。例えば $y=x^2$ のグラフは放物線になりますが、 x^2 を移項し $y-x^2$ という多項式の零点と考えることで、放物線は代数多様体の一種であることが分かります。多項式の零点という代数的な対象に注目することで、複素数体とは本質的に異なる正標数の体上の幾何を展開することができます。日常で扱われている数は複素数(の一部)なので、正標数の体というのは、ある意味、日常生活から乖離したものといえます。しかし、実は正標数の体上での結果が複素数体上での有用な結果に還元できる例が数多く知られています。

私は、正標数の代数幾何学への応用を見込んだ、正標数の可換代数について研究を行っています。特に、正標数の代数幾何学の話題で、未知の部分が多く残されているフロベニウス・サンドイッチや F-爆発について、その挙動の解明を中心に、基礎研究を充実させることを目標としています。本研究は、今後、純非分離な被覆に関する研究の拠り所となるだけでなく、標数零での結果を含む、統一的な理論の構築の基礎になるものと考えています。

(1) 大域的 F-正則な F-サンドイッチ曲面の分類について

本研究の一部は原伸生氏(東京農工大)との共同研究に基づくものです。X を正標数の代数的閉体上で定義された非特異代数多様体とします。X 上の e 次フロベニウス射 F^e が $F^e: X \rightarrow Y \rightarrow X$ と經由するような正規代数多様体 Y のことを X の F^e-サンドイッチ(もしくは、単にフロベニウス・サンドイッチ)といいます。本研究では高次のフロベニウス・サンドイッチの解析へ向け、e=1 の場合(F-サンドイッチという)に焦点を当て研究を行ってきました。与えられた X に対し、そのフロベニウス・サンドイッチとして現れる特異点や多様体の分類を行うことは基本的な問題です。ただ、何の条件も課さない場合は正標数特有の病的な状況も起こりうるため、体系的な取り扱いは絶望的です。そこで、これまでの研究では、フロベニウス分裂の意味で振る舞いのよいクラスである、大域的 F-正則な F-サンドイッチの分類について考察を行い、以下の結果を得ました。

定理: 射影平面及び Hirzebruch 曲面の大域的 F-正則な F-サンドイッチはトーリック曲面である。

(2) 曲面特異点の F-爆発について

本研究は原伸生氏(東京農工大)、安田健彦氏(東北大)との共同研究に基づくものです。F-爆発は、フロベニウス射を用いて定義される正標数固有の双有理な特異性解消変換として、安田氏によって導入された概念であり、G-ヒルベルトスキームの純非分離類似と捉えることができます。これまでの研究で、F-サンドイッチ有理二重点で、その F-爆発が最小特異点解消とならないような例を発見しました。

定理: 標数 2 の $D_{2n}^0, E_6^0, E_7^0, E_8^0$ 、標数 3 の E_6^0, E_8^0 、標数 5 の E_8^0 型の有理二重点の F-爆発は、最小特異点解消ではない。

曲面特異点で F-爆発が最小特異点解消とならない例は本研究で初めて発見されました。また、F-正則ではないが F-爆発が最小特異点解消になっている曲面特異点の例の発見にも成功しました。

提供可能な設備・機器:

名称・型番(メーカー)	
特になし	