研究者情報

フリガナ 氏名	スガタ　ケイ 菅田　　慶	職名/学位	准教授/博士(理)
所属 学科	一般教科	所属学会	特になし
専門 分野	代数的位相幾何学	利用可能な 設備等	数学関連図書

研究テーマ

- リー群の Lusternik-Schnirelmann カテゴリー
- リー群のホモトピー群における Samelson 積

リー群の Lusternik-Schnirelmann カテゴリー

Lusternik-Schnirelmann カテゴリー(略して L-S カテゴリー)は，1934年に定義されたホモトピー不変量である．位相空間 X に対して，各 Ai が X の中で可縮であるような X の閉被覆 {A0, A1, … , An} が存在するという条件の下での整数 n の最小値を X の L-S カテゴリーと呼び，cat(X) と書く．つまり，その空間の中で可縮な閉集合で最低何枚で覆えるかと考えたとき，その最小数から 1 を引いた数が L-S カテゴリーである．例えば，球面は北半球面と南半球面の可縮な 2 枚で覆えるので，球面の L-S カテゴリーは 1 である．

Stiefel 多様体，旗多様体や規約対称空間など，興味深い対象は多くあるが，最も興味深い対象は，コンパクトリー群 SO(n)，SU(n)，Sp(n) である．その L-S カテゴリーについて，cat(SU(n)) は，1975年に Singhof によって一般的に解決されている．しかし，cat(SO(n)) は n=10，そしてcat(Sp(n)) は n=3 までしか決定されておらず，一般的には解決されていない(下表参照)：

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…	n
cat(SO(n))	0	1	3	4	8	9	11	12	20	21	?	?
cat(SU(n))	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	…	n-1
cat(Sp(n))	1	3	5	?	?	?	?	?	?	?	?	?

本研究の成果・適用分野・アピールポイント

SO(n) と Sp(n) の決定されているものについては，階数が大きくなるにつれて計算がテクニカルになっており，次の cat(SO(11)) や cat(Sp(4)) ともなると，かなり難解である．また，決定できたとしても，その次があり，キリがない．さまざまな道具やテクニックを用いて一つ一つ解決するのではなく，独創的かつ大胆なアイデアによる一般的な解決が期待される．特に，cat(SO(n)) については，n=10 まで cup-length と一致しており，一般的にも一致していると予想されている．

閉多様体上の滑らかな実関数の臨界点の個数との関連が深い．また，ポアンカレ予想とも関連している．

提供可能な連携

技術相談	共同研究	受託研究	施設利用	機器利用
可	可	可	可	可