

研究タイトル:

# 幾何的モデル理論



氏名:	米田 郁生 / YONEDA Ikuo	E-mail:	yoneda@tokuyama.ac.jp
職名:	准教授	学位:	博士(数学)甲 3285号筑波大
所属学会・協会:	Association for Symbolic Logic, 日本数学会		

キーワード: CM-自明性, 順序極小構造, ロウジー構造, n-豊富度, 幾何的仮想元消去, 弱仮想元消去, 仮想元消去, H-構造, 幾何的ロウジネス理論, 数学基礎論,

技術相談  
授業経験: 工学部修士1年…情報のための論理学特論, 理学部2年…代数学序論, 工学部2年…微分方程式, フーリエ級数・ラプラス変換, ベクトル解析, 工学部1年…基礎数学(高校数学総復習科目), 微分積分, 線形代数

## 研究内容:

極小タイプの幾何的分類は純粋なモデル理論のみならず 1993 年 Hrushovski による代数幾何学の Mordell-Lang 予想解決を始め Manin-Mumford 予想の別証明や Moosa, Pillay, Scanlon による compact complex spaces への応用で活躍し, 強極小構造は幾何的分類で「=だけの構造」「ベクトル空間」「代数閉体」と3種に限るという Zilber 予想が 1988 年 Hrushovski により 4 種目の強極小構造が構成され否定的解決をした. その 4 種目の強極小構造の構成法は特定の性質をもった有限超グラフを局所次元による半順序関係で並べて貼り合わせ可算無限超グラフを構成する方法で, Generic な構成法と呼ばれる. Hrushovski は CM-自明性と言う, 点・直線・平面の関係構造を排除する幾何的性質を定義し, 構成した強極小構造が CM-自明で群構造を排除する事を示し, 4 種目, すなわち新しい強極小構造であることが分かった. Generic な構成法は type の個数および同濃度のモデルの非同型個数に関連する様々な概念を満たす具体例を与える万能な構成法であったが, 幾何的分類について CM-自明な構造のみ構成される事を米田は統一的な証明に成功し 2005 年日本数学会年会の特別講演に招待され報告した. その後 CM-自明な構造の一般論について研究し, 幾何的モデル理論は 1 階論理式で定義される同値関係の同値類を(仮想)元として新たに現実構造に加えた仮想拡大構造における thorn-forking に関する幾何的分類を行う研究分野だが「仮想拡大前の現実構造において CM-自明である⇔幾何的仮想元消去を持つ, かつ 本来の(仮想拡大構造で) CM-自明である」を Logic Colloquium 2007 で発表した. ①thorn-forking 計算に役立つ弱標準基底を必ずしももたないロウジー構造が CM-自明であれば弱標準基底を持つ. ②順序極小構造は Zilber 予想が成立するが仮想元消去を持つ CM-自明な順序極小構造は locally modular や linear より強い modular になる. ①②について 10th Asian Logic Conference で発表した. Model Theory Conference in Seoul 2010 では幾何的豊富度 3 のロウジー構造に対し「弱い豊富度 3」を定義し RIMS 講究録に「豊富度 3⇒弱い豊富度 3⇒豊富度 2」の結果を執筆した. RIMS Model Theory Workshop 2014 の講究録では付値体の 205 ページの研究図書と付値体に関する最近のモデル理論の結果について 10 ページの survey を執筆した. RIMS Model Theory Workshop 2020 では「弱標準基底を持つロウジー構造における indiscernible sequence は kernel 上 Morley sequence になる」「弱標準基底を持つロウジー構造において現実構造内における代数閉集合上 type が thorn-forking stationary になるとき, 幾何的仮想元消去(=GEI)と弱仮想元消去(=WEI)は一致する」の 2 件の結果発表をした. 「モデル上 type が thorn-forking stationary になるときロウジー構造は安定な構造となり thorn-forking と forking が一致する」という結果を Byunghan Kim 教授からの指摘で発見し RIMS model theory workshop 2020 の講究録に執筆した. RIMS Model Theory Workshop 2021 の講究録には Poizat による WEI の本来の定義と Pillay による別定義の一致証明を初めて記述した. RIMS Model Theory Workshop 2022 で「GEI を持つが WEI を持たない Boolean algebra と強極小構造の発見」「thorn U-rank=1 の幾何構造での幾何的豊富度  $n (\geq 2)$  の H-構造における保存問題」の 2 課題を得た. One-basedness=weak one-basedness+CM-triviality を示した論文が Elsevier より出版.

## 提供可能な設備・機器:

名称・型番(メーカー)	

# Geometric Model Theory



<b>Name</b>	Ikuo Yoneda	<b>E-mail</b>	yoneda@tokuyama.ac.jp
<b>Status</b>	Associate professor		
<b>Affiliations</b>	General education, National Institute of Technology, Tokuyama College		
<b>Keywords</b>	imaginaries, CM-triviality, n-ampleness, H-structures, geometric rosiness theory		
<b>Technical Support Skills</b>	Lecture on advanced mathematical logic/ Lecture on an introduction of algebra Lecture on linear algebra/ Lecture on basic and applied analysis Remedial lecture on mathematics in high school		

## Research Contents

The geometric classification of minimal types is a very important research subject for not only pure model theory but also applications of model theory to algebraic and compact analytic geometries. In 1993, Hrushovski solves the Mordell-Lang conjecture for function fields by the geometric classification of strongly minimal sets with generalized Zariski topology, so called Zariski geometry. Zilber conjectured that the geometries on strongly minimal sets are either trivial (no structure) or linear (vector space) or algebraic (algebraically closed field). In 1988, Hrushovski constructs a new strongly minimal set by amalgamating finite ternary graphs with collapse property, whose geometry satisfies CM-triviality. CM-triviality forbids the incident relation on points, lines and planes. Countably infinite hypergraph by amalgamating certain finite hypergraphs are called "generic structure". Generic structures yield important examples for model-theoretically non-geometric various properties. I show that the geometry on hypergraphs which have amalgamation over closed sets (all generic structures have amalgamation over closed sets) is CM-trivial, which is reported at a special invited talk of the annual conference of the mathematical society of Japan in 2005. At Logic Colloquium 2007 I give a talk that CM-triviality in the real sort is equivalent to CM-triviality with geometric elimination of imaginaries(=GEI). At 10<sup>th</sup> Asian logic conference in 2008, I report that any rosy CM-trivial theories have weak canonical bases and CM-trivial o-minimal structures with elimination of imaginaries must be modular. At Model Theory Conference in Seoul 2010, I introduce strong non-3-ampleness, after the conference I show that non-2-ampleness=CM-triviality implies strong non-3-ampleness implies non-3-ampleness. MTW denotes Model Theory Workshop. At RIMS MTW 2020, I give two talks.1: Any indiscernible sequence is Morley over its kernel in any rosy theories having weak canonical bases. 2: GEI is equivalent to weak elimination of imaginaries(=WEI) in any rosy theory having weak canonical bases if any type over algebraically closed sets in the real sort is thorn-forking stationary. At RIMS MTW 2020, by a suggestion of Byunghan Kim, "Imaginaries, stationarity of types and stability" which is submitted to RIMS Kokyuroku, shows that thorn-forking coincides with forking and stability follows from the assumption that any type over models is thorn-forking stationary. To RIMS Kokyuroku for RIMS MTW 2021, I submit "Pillay's alternative definition for WEI coincides with Poizat's original one". After RIMS MTW 2022, I begin to seek Boolean algebras and strongly minimal sets having GEI without WEI. I also research whether thorn U-rank=1 geometric structure is n-ample if and only if its H-structure is n-ample for any  $n \geq 2$ . I write a paper which shows that one-basedness is equivalent to weak one-basedness and CM-triviality, published at Annals of Pure and Applied Logic by Elsevier.

## Available Facilities and Equipment
