

研究タイトル：

イデアル類群への Galois 作用の研究



氏名：	三浦 崇 / MIURA Takashi	E-mail：	t-miura@tsuruoka-nct.ac.jp
-----	----------------------	---------	----------------------------

職名：	准教授	学位：	博士(理学)
-----	-----	-----	--------

所属学会・協会：	日本数学会
----------	-------

キーワード：	代数的整数論, 岩澤理論, p 進 L 関数
--------	------------------------

技術相談 提供可能技術：	<ul style="list-style-type: none"> ・イデアル類群への Galois 群の作用の計算 ・L 関数の特殊値の計算
-----------------	--

研究内容： イデアル類群への Galois 作用の研究と岩澤理論の精密化

 4 質の高い教育を
みんなに


有限次代数体のイデアル類群への Galois 群の作用を L 関数の特殊値を用いて記述する研究を行っている。F を総実代数体とし K をその有限次 CM アーベル拡大体とする。Galois 群 $\text{Gal}(K/F)$ は K のイデアル類群 $\text{Cl}(K)$ に自然に作用する。 $\text{Cl}(K)$ の $\text{Gal}(K/F)$ 加群としての性質をゼータ関数(あるいは L 関数)の特殊値を通して詳細に調べ、整数論の諸問題に応用することを目標に研究を行っている。

部分ゼータ関数の特殊値を用いて Stickelberger 元が次のように定義される。

$$\theta_K = \sum_{\sigma \in G} \zeta(0, \sigma) \sigma^{-1} \in \mathbb{Q}[\text{Gal}(K/F)]$$

K に含まれる 1 のべき根のなす群を $\mu(K)$ とすると、 $\text{Ann}(\mu(K))\theta_K$ は $\mathbb{Z}[\text{Gal}(K/F)]$ のイデアルになることが知られており (Deligne-Ribet)、従って $\text{Ann}(\mu(K))\theta_K$ は $\text{Cl}(K)$ に作用することができる。一方で、 $\text{Cl}(K)$ の $\mathbb{Z}[\text{Gal}(K/F)]$ 加群としての性質を反映する不変量として Fitting イデアルと呼ばれるものがある。 $\text{Cl}(K)$ の有限表示

$$\mathbb{Z}[\text{Gal}(K/F)]^m \rightarrow \mathbb{Z}[\text{Gal}(K/F)]^n \rightarrow \text{Cl}(K) \rightarrow 0$$

に対応する $n \times m$ 行列の $n \times n$ 小行列式全体によって生成される $\mathbb{Z}[\text{Gal}(K/F)]$ のイデアルを $\text{Cl}(K)$ の $\mathbb{Z}[\text{Gal}(K/F)]$ 上の Fitting イデアルと呼び $\text{Fitt}(\text{Cl}(K))$ と記す。 $\text{Fitt}(\text{Cl}(K))$ を $\text{Ann}(\mu(K))\theta_K$ との関係について以下のような研究を行っている。

1. **Fitt(Cl(K)) を Ann(μ(K))θ_K を用いて記述する研究**: $F=Q$ の場合には栗原将人氏との共同研究によって 2 成分を除いてこの問題は完全に解決できている。F が一般の総実代数体の場合にも特別な条件下では、 θ_K を用いて定義される Stickelberger イデアル θ_K を用いて、 $\text{Fitt}(\text{Cl}(K)) = \theta_K$ という等式を得ている。この問題の更なる一般化について研究を行っている。
2. **多重 \mathbb{Z}_p 拡大への一般化の研究**: 上で述べた研究を、F を一般の代数体、K を F 上の多重 \mathbb{Z}_p 拡大の上の最大不分岐アーベル pro-p 拡大へと拡張する研究も行っている。
3. **Mazur-Tate 予想の研究**: 楕円曲線の Selmer 群(の双対)の Fitting イデアルと Mazur-Tate 元の間関係を調べるといふ文脈においても上記と類似の研究を行うことで Mazur-Tate 予想やその精密化の研究に取り組んでいる。

提供可能な設備・機器：

名称・型番(メーカー)